

INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
SÃO PAULO

Profa Marcia Saito

marciasaito@ifsp.edu.br

Prof Osvaldo Canato

canatojr@ifsp.edu.br

Revisão

- ▶ O que significa medir uma grandeza?
- ▶ Medida \neq valor verdadeiro da grandeza
- ▶ Erro x incerteza
- ▶ Fatores que podem influenciar uma medida
- ▶ Representação de uma medida
(Valor \pm incerteza) unidade
Ex: $(24,50 \pm 0,05)$ cm
- ▶ Incerteza de um instrumento
- ▶ Algarismos significativos

A incerteza no cálculo da área

Sendo: $A = X.Y$

- $X = (x_m \pm \sigma_{xm})$
- $Y = (y_m \pm \sigma_{ym})$

(OBS: o índice m é indicativo de valor médio)

Há duas maneiras muito comuns para o cálculo da propagação da incerteza, uma com foco no erro/desvio máximo e outra no erro/desvio quadrático, com qualquer uma delas podendo ser utilizada no contexto da discussão até aqui feita:

$$\text{Método 1} \Rightarrow A = X.Y = [x_m \cdot y_m \pm (x_m \cdot \sigma_{ym} + y_m \cdot \sigma_{xm})]$$

$$\text{Método 2} \Rightarrow A = X.Y = \{x_m \cdot y_m \pm [(x_m \sigma_{ym})^2 + (y_m \cdot \sigma_{xm})^2]^{1/2}\}$$

Propagação de incertezas

Incertezas de funções de uma única variável

Funções de uma só variável

$$N = A^n$$

$$\pm nA^{n-1} \Delta A$$

$$N = \sqrt[n]{A}$$

$$\pm \frac{1}{n} A^{\frac{1}{n}-1} \Delta A$$

$$N = \sin (A)$$

$$\pm \cos (A) \cdot \Delta A$$

$$N = \cos (A)$$

$$\pm \sin (A) \cdot \Delta A$$

$$N = \operatorname{tg} (A)$$

$$\pm \frac{\Delta A}{\cos^2 (A)}$$

$$N = \operatorname{ctg} (A)$$

$$\pm \frac{\Delta A}{\sin^2 (A)}$$

Funções de várias variáveis

Método “1”: erro/desvio máximo

- ▶ É utilizado quando analisamos o caso mais desfavorável possível, quando todos os erros influenciam a medida no mesmo sentido

Funções de mais de uma variável - erro máximo

$$N = A + B + C + \dots \quad \pm (\Delta A + \Delta B + \Delta C + \dots)$$

$$N = A - B \quad \pm (\Delta A + \Delta B)$$

$$N = A \cdot B \quad \pm (B\Delta A + A\Delta B)$$

$$N = A \cdot B \cdot C \quad \pm (BC\Delta A + AC\Delta B + AB\Delta C)$$

$$N = \frac{A}{B} \quad \pm \frac{A\Delta B + B\Delta A}{B^2}$$

Funções de várias variáveis

Método “2”: erro/desvio quadrático

- ▶ É utilizado quando os erros são aleatórios, podendo influenciar a medida de diversas maneiras

$$N = f(A, B, C, \dots)$$

$$\sigma_N$$

$$N = A \pm B \pm \dots$$

$$\sigma_N^2 = \sigma_A^2 + \sigma_B^2 + \dots$$

$$N = k \cdot A^\alpha \cdot B^\beta \cdot C^\gamma \cdot \dots$$

$$\left(\frac{\sigma_N}{N}\right)^2 = \left[\left(\frac{\sigma_k}{k}\right)^2 + \left(\alpha \frac{\sigma_A}{A}\right)^2 + \left(\beta \frac{\sigma_B}{B}\right)^2 + \left(\gamma \frac{\sigma_C}{C}\right)^2 + \dots\right]$$

$$N = k \cdot A$$

$$\sigma_N = |k| \cdot \sigma_A$$

$$N = A^m$$

$$\sigma_N = |mA^{m-1}| \cdot \sigma_A$$

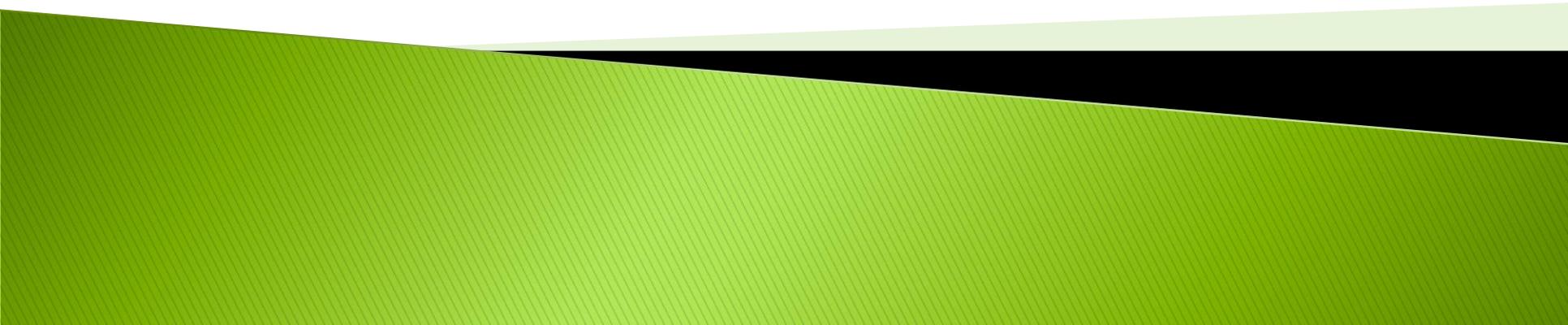
$$N = \text{sen}A$$

$$\sigma_N = |\cos A| \cdot \sigma_A \quad (\sigma_A \text{ em radianos})$$

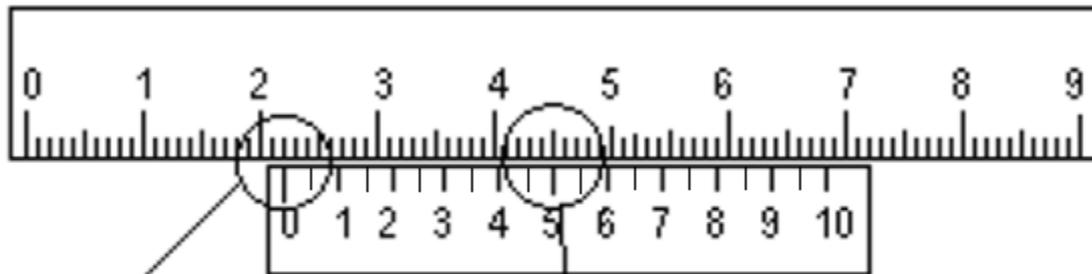
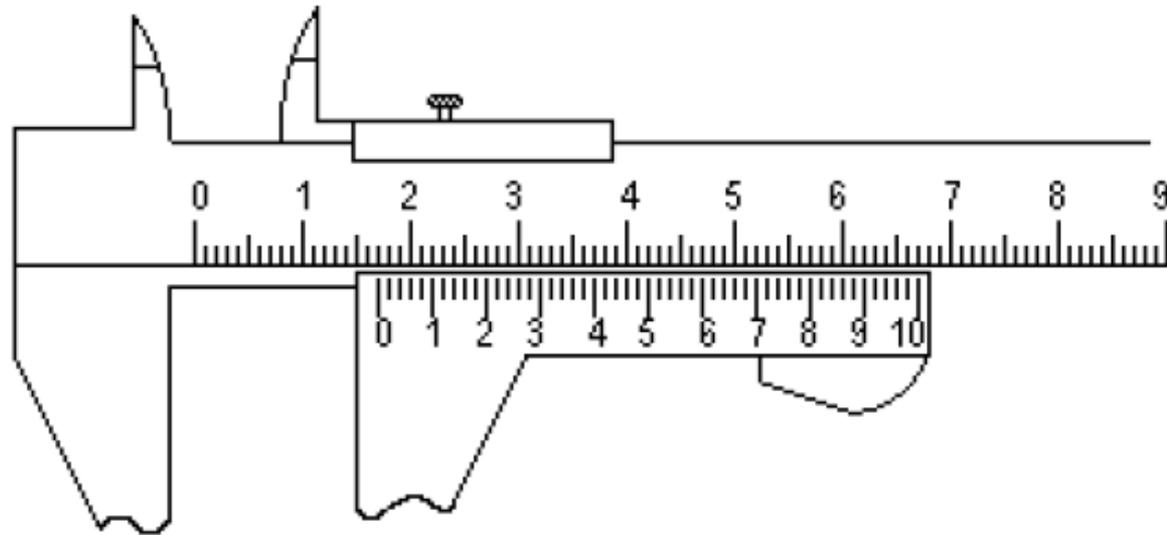
$$N = \text{cos}A$$

$$\sigma_N = |\text{sen}A| \cdot \sigma_A \quad (\sigma_A \text{ em radianos})$$

Medidas com paquímetro e micrômetro analógicos



► Paquímetro analógico
(resolução de 0,05 mm)

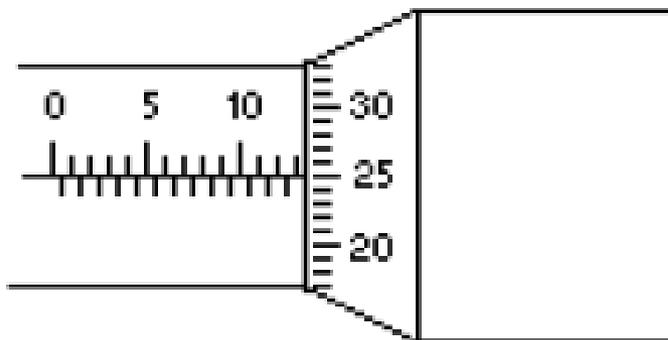
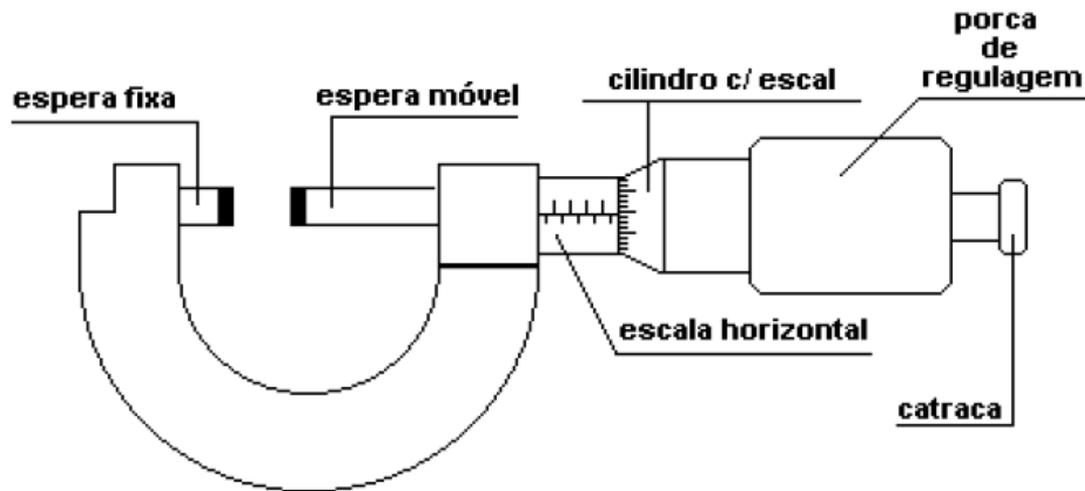


$$22,00 + 0,50 \text{ mm} = 22,50 \text{ mm}$$

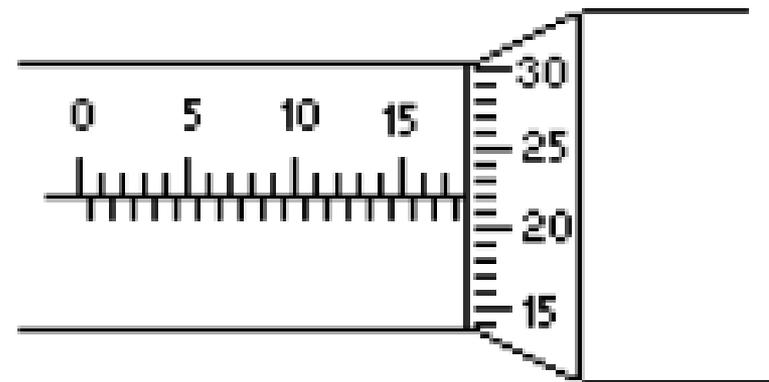
$(22,50 \pm 0,05) \text{ mm}$

► Micrômetro analógico

(range de 0 a 25 mm e resolução de 0,01 mm)



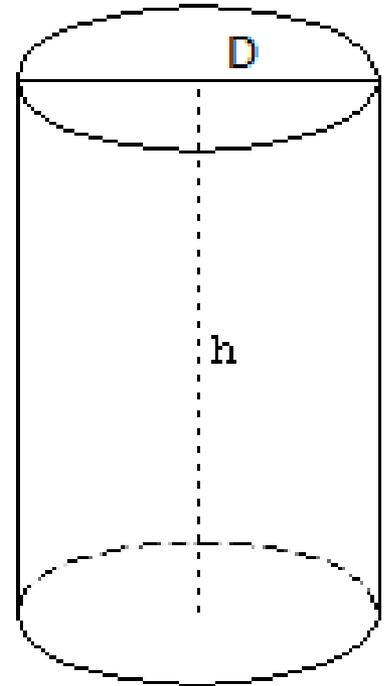
$(13,250 \pm 0,005)$ mm



$(17,720 \pm 0,005)$ mm

Experimento: parte 1

- ▶ Medir diâmetro e altura de um cilindro 1 vez
- ▶ Utilizar régua, paquímetro e micrômetro
- ▶ Calcular o volume do cilindro para cada instrumento
- ▶ Ajustar os algarismos significativos
- ▶ Comparar a precisão dos equipamentos, baseado nos algarismos significativos



Experimento: parte 1

- ▶ Completar a tabela:

			Resultados	Só algarismos significativos
Instrumento	$h \pm \sigma h$ ()	$D \pm \sigma D$ ()	$V \pm \sigma V$ ()	$V \pm \sigma V$ ()
régua				
paquímetro analógico				
micrômetro analógico				

Tomada de dados com várias medidas

Média, desvio padrão e desvio padrão da média

▶ Média

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}$$

n é o nº total de medidas
 x_i é o valor de cada
medida.

▶ Desvio padrão

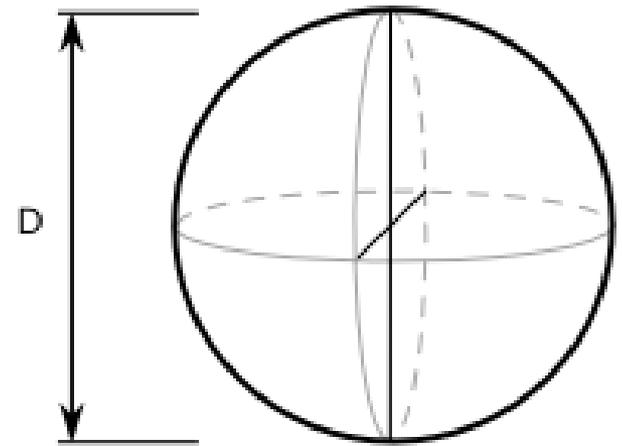
Desvio padrão da média

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Experimento: parte 2

- ▶ Medir o diâmetro de uma esfera 10 vezes
- ▶ Utilizar paquímetro analógico
- ▶ Estimar da melhor forma possível o algarismo duvidoso
- ▶ Calcular a média e o desvio padrão da média do diâmetro
- ▶ Calcular o volume da esfera
- ▶ Ajustar os números significativos



Experimento: parte 2

- ▶ Completar a tabela:

	D ()
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
$D_m \pm \sigma D_m$ ()	
$V \pm \sigma V$ ()	

Síntese da atividade completa

- ▶ Texto descritivo que contenha, de forma organizada:
 - Breve resumo do experimento e objetivos
 - Descrição do aparato experimental utilizado
 - Medidas efetuadas
 - Descrição dos procedimentos utilizados para medir
 - Resultados obtidos
 - Conclusões