

Explorando o Plano Inclinado

I - Saindo do repouso em solo horizontal

- O caixote permanece em repouso
 $F_R = 0 \rightarrow F_{at} = F_{aplicada} = 10 \text{ N}$
- $F_{atmax} = \mu_e N = \mu_e \cdot m \cdot g = 0,5 \cdot 100 \cdot 9,8 = 490 \text{ N}$
- Caixote agora em movimento $\rightarrow F_{at} = F_{atcinética} = \mu_c N = \mu_c P = \mu_c \cdot m \cdot g = 0,3 \cdot 100 \cdot 9,8 = 294 \text{ N}$
Adotando $F_{aplicada} = 500 \text{ N} \rightarrow F_R = F_{aplicada} - F_{atcinética} = 500 - 294 = 206 \text{ N} \rightarrow$
 $a = F_R/m = 206/100 = 2,06 \text{ m/s}^2$

II - Subindo a rampa

- F_{at} e P_x atuam contrariamente à $F_{aplicada}$;
 $F_{at} = \mu_c N = \mu_c \cdot P_y = \mu_c \cdot m \cdot g \cdot \cos\theta = 0,3 \cdot 100 \cdot 9,8 \cdot 0,866 = 254,6 \text{ N};$
 $P_x = P \cdot \sin\theta = m \cdot g \cdot \sin 30^\circ = 100 \cdot 9,8 \cdot 0,5 = 490 \text{ N}$
Tendo adotado $F_{aplicada} = 500 \text{ N} \rightarrow F_R = F_{aplicada} - P_x - F_{at} = 500 - 254,6 - 490 = -244,6 \text{ N};$
 $a = F_R/m = -244,6/100 = -2,45 \text{ m/s}^2.$

OBS: o sinal negativo indica que a força aplicada escolhida não é suficientemente intensa para que o caixote continue a ganhar velocidade na subida da rampa; pelo contrário, ele perderá velocidade, caracterizando-se como um movimento retardado.

III - Iminência de queda – determinação teórica do coeficiente de atrito estático

- P_x e F_{at} atuam paralelamente ao plano inclinado em sentidos opostos, com $F_R = 0 \rightarrow$
 $F_{at} = P_x = m \cdot g \cdot \sin\theta = 100 \cdot 9,8 \cdot \sin 20^\circ = 100 \cdot 9,8 \cdot 0,342 = 335,16 \text{ N}$
- Na iminência de movimento, tem-se $P_x = F_{at} = \mu_e \cdot N \rightarrow m \cdot g \cdot \sin\theta = \mu_e \cdot m \cdot g \cdot \cos\theta \rightarrow \mu_e = \tan\theta$
Pelo simulador $\theta = 26,5^\circ \rightarrow \mu_e = \tan 26,5^\circ = 0,498 \cong 0,5.$

IV - Descendo a rampa

- $F_R = P_x - F_{at} = m g \sin\theta - \mu_c \cdot m g \cos\theta = m g \sin\theta - \mu_c \cdot m \cdot g \cdot \cos\theta = 100 \cdot 9,8 \cdot \sin 30^\circ - 0,3 \cdot 100 \cdot 9,8 \cdot \cos 30^\circ = 490 - 0,3 \cdot 100 \cdot 9,8 \cdot 0,866 = 490 - 254,6 = 235,4 \text{ N}$
- $a = F_R/m = 235,4/100 = 2,35 \text{ m/s}^2$
Escolhendo como posição inicial do caixote o ponto mais alto da rampa ($\Delta s_{rampa} = 8,9 \text{ m}$) \rightarrow
 $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s_{rampa} \rightarrow v^2 = 2 \cdot 2,35 \cdot 8,9 = 41,83 \rightarrow v = 6,47 \text{ m/s}$

V - Deslizando na horizontal até parar - determinação teórica do coeficiente de atrito dinâmico

9. De acordo com o simulador, para um posicionamento inicial na rampa de $\Delta s_{\text{rampa}} = 8,9 \text{ m}$, o deslocamento no plano horizontal até parar é $\Delta s_H = 7 \text{ m}$

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s \rightarrow v_0^2 = -2a\Delta s; a = -v_0^2/2\Delta s = -6,47^2/2 \cdot 7 = -2,99 \text{ m/s}^2$$

$$F_R = ma = 100 \cdot (-2,99) = -299 \text{ N}$$

OBS: o sinal negativo indica que após descer a rampa ganhando velocidade, o caixote perde velocidade conforme desliza sobre o plano horizontal, realizando um movimento retardado.

10. $F_R = F_{\text{at}} = \mu_c N \rightarrow \mu_c = F_R/N = F_R/P = 299/100 \cdot 9,8 = 299/980 = 0,305 \cong 0,3$.

OBS: no tratamento aqui realizado consideram-se apenas as intensidades das forças resultante e de atrito; alternativamente, seus sinais negativos mútuos também poderiam ser considerados, sem prejuízo do alcance do mesmo resultado final.

VI – Investigando variáveis

11.

(a) De um modo geral, o coeficiente de atrito estático, μ_e , dificultará o início do movimento do caixote, seja em sua partida desde o solo horizontal ou desde certa altura da rampa (inclusive com o aumento da mínima inclinação da rampa que permitirá o deslize do caixote). Nenhuma alteração, no entanto, o valor de μ_e exercerá nas situações em que o caixote esteja em movimento (quando passa a agir a $F_{\text{atcinética}}$) ou mesmo em repouso fora da condição de iminência de movimento (quando $F_{\text{atestática}}$ é menor que F_{atmax}).

(b) De um modo geral, o coeficiente de atrito dinâmico (ou cinético), μ_c , dificultará o ganho de velocidade por parte do caixote em movimento sob a ação de força resultante no mesmo sentido de seu movimento e facilitará sua perda de velocidade nas situações em que a força resultante atuar no sentido oposto ao seu movimento. Nenhuma alteração será provocada pelo valor de μ_c nas situações em que ele se encontrar em repouso.

(c) Um maior valor da massa provocará maiores valores das forças P , P_x , P_y , N , F_{atmax} , $F_{\text{atcinética}}$, calculadas ao longo das questões, influenciando, em consequência todos os valores não nulos de F_R , das acelerações e das velocidades (que poderão ser maiores ou menores a depender da situação). Porém, o valor da massa em nada influenciará os resultados encontrados para os coeficientes de atrito μ_e e μ_c , haja vista que, como já demonstrado, $\mu_e = \tan\theta$ e, como se pode demonstrar¹, $\mu_c = R \cdot \text{sen}\theta / (1 + R \cos\theta)$, com $R = \Delta s_{\text{rampa}} / \Delta s_H$.

(d) A mesma resposta dada no item c.

¹ Na descida da rampa:

$$F_R = P_x - F_{\text{at}} = mg \text{sen}\theta - \mu_c \cdot mg \cos\theta \rightarrow$$

$$ma = mg \text{sen}\theta - \mu_c \cdot m \cdot g \cdot \cos\theta = mg(\text{sen}\theta - \mu_c \cdot \cos\theta) \rightarrow$$

$$a = g(\text{sen}\theta - \mu_c \cdot \cos\theta) \rightarrow$$

$$v^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta s_{\text{rampa}} = 2 \cdot g \cdot \Delta s_{\text{rampa}} (\text{sen}\theta - \mu_c \cdot \cos\theta)$$

No plano horizontal:

$$a = -v_0^2/2\Delta s_H = 2 \cdot g \cdot \Delta s_{\text{rampa}} (\text{sen}\theta - \mu_c \cdot \cos\theta) / 2 \cdot \Delta s_H = g \cdot (\Delta s_{\text{rampa}} / \Delta s_H) \cdot (\text{sen}\theta - \mu_c \cdot \cos\theta)$$

$$F_R = F_{\text{at}} = \mu_c N \rightarrow m \cdot g \cdot (\Delta s_{\text{rampa}} / \Delta s_H) \cdot (\text{sen}\theta - \mu_c \cdot \cos\theta) = \mu_c N = \mu_c \cdot m \cdot g \rightarrow$$

$$(\Delta s_{\text{rampa}} / \Delta s_H) \cdot (\text{sen}\theta - \mu_c \cdot \cos\theta) = \mu_c$$

$$R \cdot \text{sen}\theta - R \cdot \mu_c \cdot \cos\theta = \mu_c$$

$$R \cdot \text{sen}\theta = \mu_c + R \cdot \mu_c \cdot \cos\theta$$

$$R \cdot \text{sen}\theta = \mu_c (1 + R \cos\theta)$$

$$R \cdot \text{sen}\theta / (1 + R \cos\theta) = \mu_c$$

VII - O objeto misterioso

12.

- Com auxílio da aba Gráficos da Força, pode-se encontrar o valor da força que aplicada ao objeto em solo horizontal o coloca na iminência de movimento:
 $361,6 = \mu_e \cdot m \cdot g$ (1)
- Aplicando-se uma força de qualquer valor maior que o encontrado em (1), o objeto inicia seu movimento sob solo horizontal, com a aba Gráficos da Força fornecendo o valor da força de atrito dinâmico:
 $241,08 = \mu_c \cdot m \cdot g$ (2)
- Observando o objeto na iminência de movimento no plano inclinado, encontra-se o valor de μ_e :
 $\mu_e = \tan\theta = \tan 16,6^\circ = 0,298 \cong 0,3$ (3)
- Substituindo (3) em (1), encontra-se o valor de m:
 $361,6 = \mu_e \cdot 0,298 \cdot 9,8$
 $m = 123,81 \text{ kg}$ (4)
- Substituindo (4) em (2), encontra-se o valor de μ_c :
 $241,08 = \mu_c \cdot 123,81 \cdot 9,8$
 $\mu_c = 0,198 \cong 0,2$