Erros de uma medida

Professor Me Marcio Vinicius Corrallo

IFSP – CCT-Física

Erros de uma medida

- Como as ciências experimentais têm em seu objetivo principal, o estudo qualitativo e/ou quantitativo de propriedades da matéria. Essas, por sua vez, são obtidas com o auxílio de equipamentos, portanto passível de limitações e erros em sua obtenção.
- Dessa forma, os dados experimentais devem ser acompanhados de um tratamento matemático que permita uma avaliação da confiabilidade dos resultados.

Classificação de erros

- Erro ≠ engano (inabilidade, inexperiência, distração)
- Erro de escala: devido ao limite de resolução.
- Erro sistemático: é aquele que, sem praticamente variar durante a medida, entra de igual modelo em cada resultado desta, fazendo com que seu valor se afaste do valor real em um sentido definido. É possível eliminá-lo.
- Erro aleatório: é aquele que decorre de perturbações estatísticas imprevisíveis, acontecendo, portanto em qualquer sentido. Não é possível evitá-los.
- $E = \Delta x = E_{\text{Sistemático}} + E_{\text{Aleatório}} + E_{\text{escala}}$ (Erro máximo na medida)

Cálculo do Erro aleatório provável

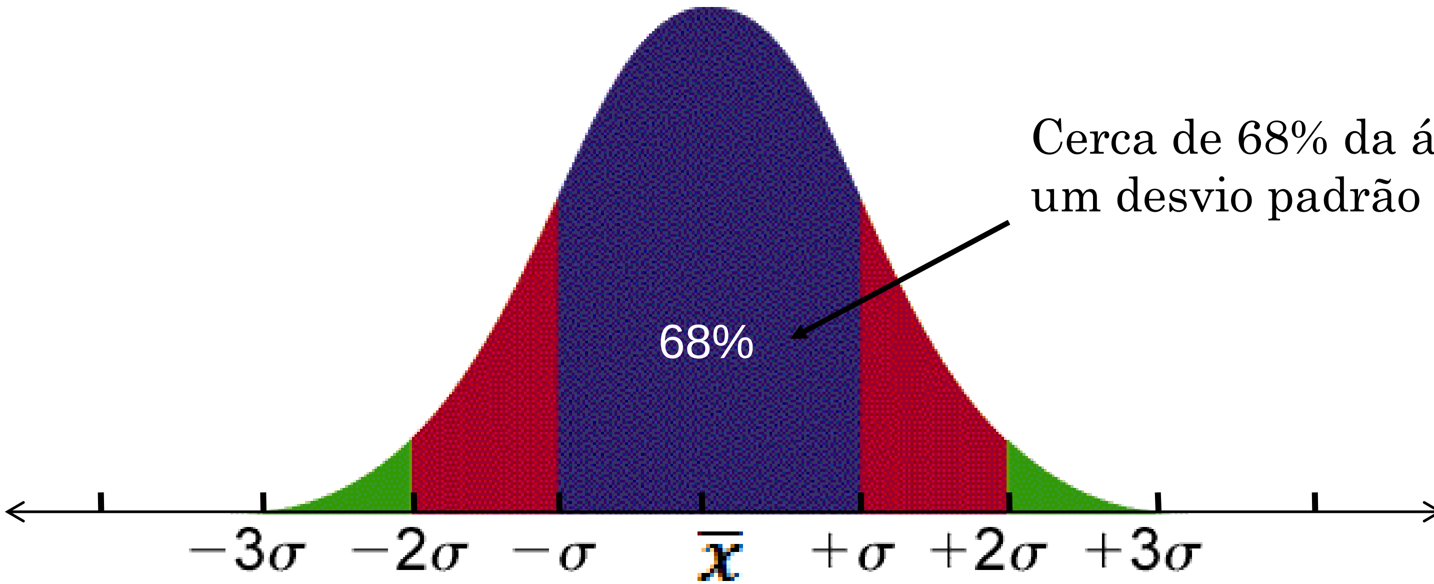
- O valor mais provável de uma grandeza é a média aritmética das diversas medidas da grandeza, sendo representado por:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

- O desvio padrão σ é um fator utilizado pela estatística para indicar a tendência das medidas de se distribuírem em torno do seu valor mais provável. É escrito da seguinte forma:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Regra Empírica



Cerca de 68% da área está a um desvio padrão da média.

Cerca de 95% da área está a dois desvios padrão.

Cerca de 99,7% da área está a três desvios padrão da média.

Cálculo do Erro aleatório provável

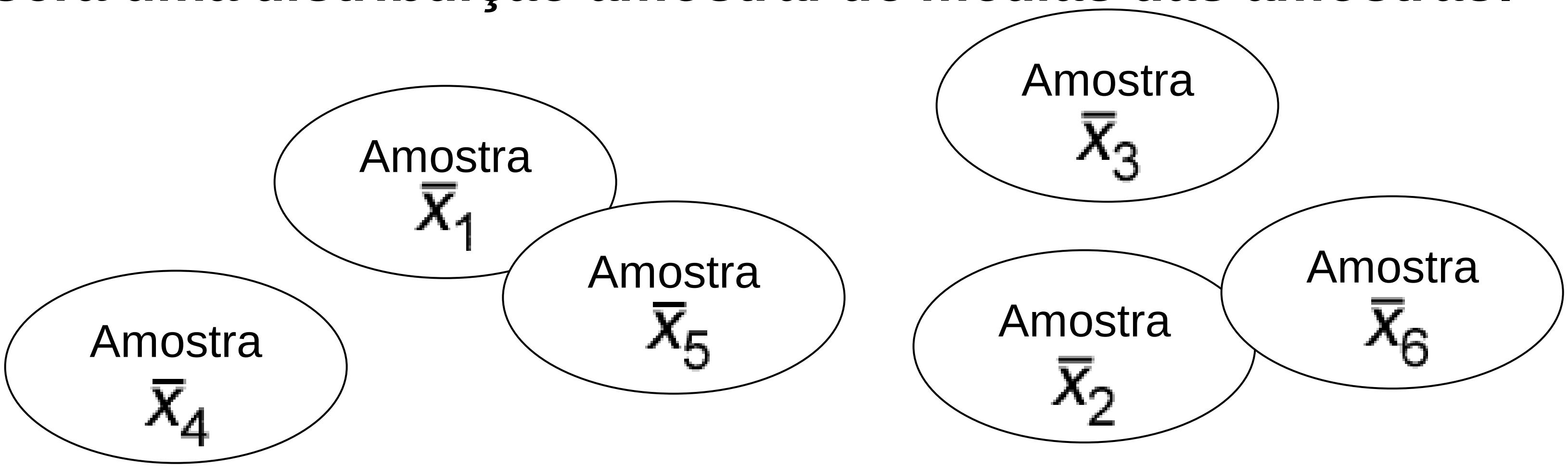
- O desvio padrão da média σ_m tem interpretação análoga à do desvio padrão. Tendo-se M conjuntos de n medidas de uma grandeza, obtém-se, para cada conjunto, uma média. O desvio padrão da média é um dos indicadores da tendência do conjunto de M médias se distribuir em torno do seu valor médio. Pode-se obter da seguinte forma:

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Portanto, o erro aleatório provável (E_a) será numericamente igual ao desvio padrão da média.

DISTRIBUIÇÕES AMOSTRAIS

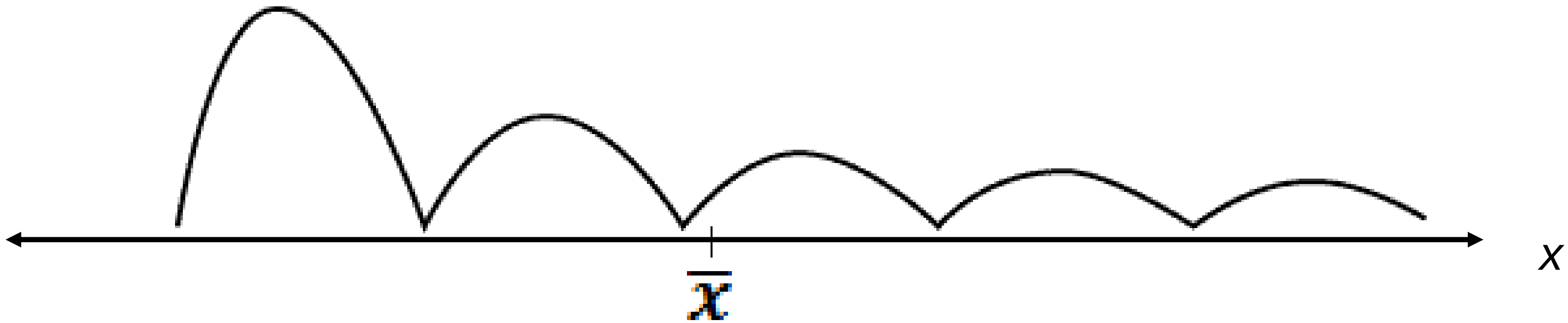
Uma distribuição amostral é a distribuição de probabilidade de uma estatística da amostra formada quando amostras de tamanho *n* são colhidas várias vezes de uma população. Se a estatística da amostra for a sua média simples, a distribuição será uma *distribuição amostral de médias das amostras*.



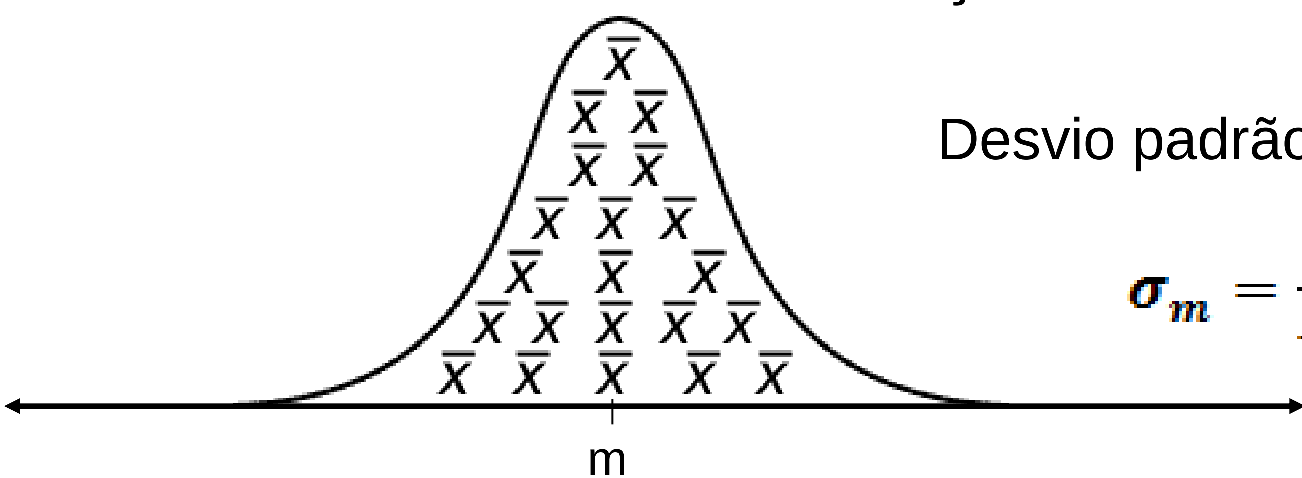
A distribuição amostral consiste nos valores das médias da amostra, $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6, \ldots$

O TEOREMA DO LIMITE CENTRAL

Se uma amostra $n \leq 30$ for tirada de uma população com ***qualquer tipo de distribuição***, média = $\bar{x}$ e desvio padrão = σ



as ***médias da amostra*** terão **distribuição normal**.



Desvio padrão da média:

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Exercícios

1.11 Na tabela abaixo encontram-se valores para o comprimento de um corpo.

L (cm)	3,71 ± 0,05	3,72 ± 0,05	3,70 ± 0,05	3,69 ± 0,05	3,73 ± 0,05

Determine:
a) O valor médio do comprimento;
b) o desvio padrão;
c) o desvio padrão da média;
d) o erro aleatório provável.
e) Escreva o resultado de acordo com a teoria de erros.

1.12 Utilizando a tabela de valores experimentais da temperatura de um corpo, calcule:

T (°C)	40,8±0,5	41,0 ±0,5	41,9±0,5	40,4±0,5	40,9±0,5	41,8±0,5	41,5±0,5	41,0±0,5	41,7±0,5

a) A temperatura média;
b) o desvio padrão;
c) o desvio padrão da média;
d) o erro aleatório provável.
e) Escreva o resultado de acordo com a teoria de erros.

Resolução 1.11

a) O valor médio do comprimento é sua média aritmética:

$$\overline{L} = \frac{1}{5}(3{,}71 + 3{,}72 + 3{,}70 + 3{,}69 + 3{,}73) = \frac{18{,}5\overline{5}}{5} = 3{,}710\text{cm},$$

Com 4 algarismos significativos (A.S.), pois a soma de todos os comprimentos possui esse número de A.S.

b) Desvio padrão: $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum(\Delta x_i)^2}{n-1}}$, onde $\Delta x_i = x_i - \overline{x}$.

Fazendo a diferença entre cada medida e a média e substituindo na equação para o desvio padrão, temos:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(0{,}00)^2 + (0{,}01)^2 + (-0{,}01)^2 + (-0{,}02)^2 + (0.02)^2}{5-1}} = \sqrt{\frac{0{,}001}{4}} = \sqrt{2{,}5 \times 10^{-4}} = 0{,}015811388\text{cm}$$

Resolução 1.11

c) Desvio padrão da média:

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0{,}01581388}{\sqrt{5}} = \frac{0{,}01581388}{2{,}236067978} = 0{,}007071067677\text{cm}.$$

d) Erro aleatório provável: $E_{ap} = \pm\sigma_m$.

O erro aleatório provável é assumido como sendo o valor do desvio padrão da média, arredondado no primeiro algarismo significativo. Assim

$$E_{ap} = \pm\, 0{,}007\text{cm}.$$

e) Segundo a teoria de erros, o resultado deve ser escrito como o valor mais provável mais ou menos o erro total (erro de escala + erro aleatório provável). Para o erro total temos

$\Delta L = 0{,}05 + 0{,}007 = 0{,}057 = 0{,}06\text{cm}$, com um só algarismo significativo. Então

$$L = (3{,}71 \;\pm\; 0{,}06)\text{cm}.$$

Gabarito 1.12

Respostas:

a) $\bar{T} = 41{,}22°C$, $n = 9$.

b) $\sigma = 0{,}519080383°C$.

c) $\sigma_m = 0{,}173026794°C$.

d) $E_{ap} = 0{,}2°C$.

e) $\Delta T = E_{ap} + E_{esc} = 0{,}2 + 0{,}5 = 0{,}7°C$;

$T = (41{,}2 \pm 0{,}7)°C$.

Erro de escala

- Os instrumentos de medida podem ser classificados, de acordo com a sua escala, em analógico e não analógicos.
- Os analógicos permitem que o algarismo duvidoso seja avaliado. Em contrapartida os não analógicos não permite essa análise.
- Erro de escala em instrumentos analógicos:
  - $E_{esc} = \pm$(menor divisão de escala)/2
- Erro de escala em instrumentos não analógicos (instrumentos digitais/instrumentos com nônio*):
  - $E_{esc} = \pm$(menor divisão de escala)

*Em instrumentos com Nônio, a MDE é dada pela razão entre a menor divisão da escala principal e o número de divisões do nônio.

Erro relativo percentual

- Outra forma de avaliar o resultado da medida de uma grandeza é comparar esse resultado com um valor preestabelecido (valor de referência) dela. Dessa forma, o erro relativo percentual pode ser obtido da seguinte forma:

$$E\% = \left|\frac{x - \bar{x}}{\bar{x}}\right| 100$$

  - Onde $\bar{x}$ é o valor de referência e x o valor medido.